Prof. Dr. Alfred Toth

Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen III

1. Nachdem in Teil I der kardinale und in Teil II der ordinale Aspekt semiotischer Zahlen behandelt wurde, geht es hier um die relationalen Zahlen, d.h. einen neuen Zahlentyp, den Bense (1981, S. 25 f.) gleichzeitig in die Semiotik und in die Arithmetik eingeführt hatte: "Eine Zahl gehört zum Typus der Relationalzahl, wenn sie weder den kardinalen Mengencharakter, noch den ordinalen Bezugscharakter, sondern auf der vorausgesetzten Basis beider (als Isomorphieklasse) eine relationale Kennzeichnung intendiert".

2. Als Relationalzahlen können besonders die in Toth (2012a) eingeführten semiotischen Vermittlungszahlen definiert werden. Innerhalb der triadischen Zeichenrelation gilt

$V(1) := (2, 3)$

$V(2) := (1, 3)$

$V(3) := (1, 2)$.

Damit bekommen wir die folgende relationale Vermittlungsmatrix

	1	2	3
1	{2, 3}	3	2
2	3	{1, 3}	1
3	2	1	{1, 2},

d.h. wir haben bereits auf der 1. Vermittlungsstufe neben Elementen auch Mengen von Elementen. Gehen wir zur 2. Vermittlungsstufe über, dann bekommen wir

$V^2(1, 1) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 2) = \{3, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, 3) = \{2, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, \{1, 2\}) = \{2, 3, \{1, 3\}, \{2, 3\}\}$

$V^2(1, \{1, 3\}) = \{2, 3, \{1, 2\}, \{2, 3\}\}$

...

$V^2(\{2, 3\}, \{2, 3\}) = \{1, 2, 3, \{1, 2\}, \{1, 3\}\}$,

d.h. Mengen von Mengen von Elementen, usw., so daß wir also eine theoretisch unendliche Hierarchie ineinandergeschachtelter Mengen, ausgehend von der von Bense (1981, S. 17 ff.) definierten Menge von Primzeichen P = {1, 2, 3}, erhalten.

3. Was die dyadischen Subzeichen und die aus Paaren von ihnen zusammengesetzten triadischen Zeichenrelationen (sowie trichotomischen Realitätsthematiken) betrifft, so gilt für sie die Definition, die Bense (1979, S. 53) gegeben hatte

$ZR = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b \rightarrow 3.c)))$,

d.h. ZR ist (in Benses eigenen Worten) eine "Relationen über Relationen" bzw. eine "verschachtelte Relation", und sie hat somit die allgemeine mengentheoretische Form

$ZR = \{A \rightarrow \{\{B\} \rightarrow \{C\}\}\}$.

Da ZR ferner rekursiv definiert ist, bekommen wir auf den nächsten 3 ZR-Stufen

$ZR' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow 3.c)))$

$ZR'' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b)) \rightarrow 3.c)))$

$ZR''' = (1.a \rightarrow ((1.a \rightarrow 2.b) \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow (1.a \rightarrow 2.b))) \rightarrow 3.c)))$, usw.,

d.h. wir erhalten, wie bereits auf der Ebene monadischer Relationen, so auch auf derjenigen dyadischer und triadischer Relationen unendliche Hierarchien von relationalen, d.h. vermittelten und verschachtelten, Folgen natürlicher (Toth 2012b) sowie rationaler (Toth 2012c) Zahlen, z.B. für ZR ... ZR'''

$ZR = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3)))$,

$ZR' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2) \rightarrow 3)))$

$ZR'' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2)) \rightarrow 3)))$

$ZR''' = (1 \rightarrow ((1 \rightarrow 2) \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow (1 \rightarrow 2))) \rightarrow 3)))$, usw.

Diese Einbettungen von Mengen theoretisch unendlichen Grades heben nun zwar nicht wie die in Toth (2012a, b) behandelten kardinalen und ordinalen semiotischen Zahlen die Peircesche Triadizitätsbeschränkung allgemeiner Relationen auf, ersetzen aber die ursprüngliche Dreiheit der Semiosen, d.h. der Partialrelationen dieser triadischen Relationen, durch Folgen unendlich vermittelter sowie unendlich verschachtelter zusätzlicher Partialrelationen.

Literatur

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Vermittlung von Vermittlung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Grundsätzliches zu semiotischen Zahlen I, II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a, b

11.5.2012